Proyecto de Enseñanza y Difusión de las Ciencias “MATE: El Profe. de Matemáticas”

CONCEPTO

Proveer de una herramienta para las matemáticas, amena, didáctica y de cálculo, con acceso ubicuo, útil desde la enseñanza básica de las matemáticas y el álgebra, hasta los máximos niveles.

APLICACION

La intención es que esta herramienta sirva para todos los niveles de enseñanza, desde el primario, secundario, pasando por el terciario hasta el nivel universitario; abarcando la mayoría de los cálculos y situaciones posibles, desde los más y frecuentes hasta los más complejos, presentes sólo en tablas de probabilidad, estadística e ingeniería.

REQUISITOS

Mate no requiere tener una computadora y descargar programas de la web, ni tener teléfonos celulares especiales, palms o computadoras portátiles. Simplemente se puede usar desde cualquier celular con mensajes de texto, enviando la consulta por SMS y recibiendo la respuesta en breves instantes, en un mensaje de texto, el cual además tendrá un valor adicional como enseñanza.

OPERACIÓN

Mate es inteligente y se da cuenta del tipo de consulta, pudiendo darse cuenta si lo que se pide es un cálculo con resultado numérico o literal, si son cálculos encadenados, si incluye número romanos, etc. La consulta la recibe en forma de expresión numérico-literal por medio de un mensaje de texto (sms) y contesta del mismo modo en apenas instantes.

Sus respuestas son auto-explicativas, si hay ambigüedad en la consulta, mate responderá todas las posibles interpretaciones. Mate, además puede realizar múltiples cálculos por cada consulta, haciendo más práctico, económico y veloz la solución de los problemas.

En caso de error, “*mate*” explica dónde se ocasionó, por ejemplo falta un número, símbolo, una coma o punto, un paréntesis de cierre y eventualmente cómo remediarlo.

DIDÁCTICA

Como “*Mate*” es una herramienta orientada a la enseñanza, provee junto a cada respuesta, una frase que aporta una enseñanza o explicación breve. Este texto puede contener desde cómo usar las demás funciones hasta ciertas curiosidades matemáticas para incentivar al usuario.

CAPACIDADES

Mate es en definitiva, una super-calculadora matemático-científica, la cual permite resolver cálculos abarcando desde simples cuentas hasta cálculos verdaderamente muy complejos, incluso ecuaciones. Opera con variables (escalares, matrices o vectores) tanto literales como numéricas. Tiene incluida la capacidad de operaciones con números complejos. Las operaciones literales (con variables) incluyen: expansión de funciones, sumatorias, derivadas e integrales. Posee el más amplio repertorio de funciones matemáticas, estadísticas y lógicas jamás concebido en un mismo sistema al alcance de todos⁸, incluyendo resolución de cálculos que comúnmente se hallan tabulados como las distribuciones de probabilidades de *Gauss*, *Bessel*, *Poisson*, *Bernoulli*, funciones de tráfico de *Erlang*, *Engsted*, funciones como gamma y gammalogaritmo entre otras, además de sus inversas.

Se prevé ampliar dinámicamente el repertorio de funciones y operaciones, en la medida de las necesidades de los usuarios y sugerencias de docentes.

(8) Salvo software específico del estilo *MathCad* o *MatLab*, pero tiene otros fines.

SLOGAN

MATE es la calculadora que siempre quiso tener y nunca se atrevió a preguntar...

No se aflija, es porque: → *..simplemente no existía!*

Descripción Completa de Mate

MATE es una calculadora que permite una realmente inmensa variedad de operaciones con funciones desde básicas hasta científicas, de probabilidad e ingeniería. Muchas de ellas presentes en forma dispersa en calculadoras muy avanzadas del ambiente científico, todas juntas en un solo servicio al alcance de todos con un celular con SMS (prácticamente el 100% de los celulares poseen esa funcionalidad).

Características Destacadas

- Calcula expresiones numéricas con operadores: + - * / con paréntesis ilimitados.
- Maneja formato científico en el ingreso de números: 1.23; 125.85e-22, -1e2
- Calcula fracciones y las simplifica, proveyendo 2 resultados, el fraccional simplificado exacto y el decimal en punto flotante y con mantisa limitada internamente a 19 dígitos significativos.
- Provee funciones enteras útiles como *Mínimo Común Múltiplo (MCM)* y *Máximo Común Denominador (MCD)*
- Trabaja para enteros con hasta 140 decimales (*internamente*) y puede resolver cuentas con hasta 140 dígitos enteros exactos.
- Posee funciones específicas útiles en criptografía como hallar números Pseudo-Primos de muchos dígitos, además de poder realizar exponenciación, MCM, MCD y Módulo con ellos.
- Calcula funciones avanzadas como Trigonómicas, Hiperbólicas, Exponenciales, Logarítmicas, Potenciales y un largo repertorio de funciones trascendentes como *Bessel*, *Poisson*, etc.
- Permite definir varias expresiones concatenadas con variables, interrelacionando los resultados.
- Calcula con Complejos, Matrices y Vectores con todas las funciones del álgebra lineal.
- Permite cálculo de sistemas de ecuaciones (invierte matrices), además de hacer triangulación LU
- Puede resolver expresiones analíticas y algebraicas (con variables) como ser: derivadas e Integrales definidas (entre valores o expresiones) e indefinidas (con salida algebraica)/
- Calcula Expansión de funciones (Taylor) y permite calcular un número de términos de ellas.
- Realiza el cálculo de Sumatorias de Series Numéricas finitas e infinitas.
- Posee funciones específicas de Probabilidades y Estadísticas como distribuciones, cálculo de fractiles, términos de distribuciones probabilísticas, sumas de múltiples términos, etc.
- Incorpora funciones especiales de ingeniería para telecomunicaciones como *Erlang* y *Engsted*.
- Incorpora el reconocimiento y generación de respuestas con *Números Romanos*
- Para funciones como cocientes, exponenciales, potenciales, raíces, logarítmicas y trigonométricas, el sistema calcula internamente con formato científico normalizado de punto flotante con 19 dígitos de precisión interna (IEEE754 80 bits).

Detalles

MATE hace cuentas y calcula básicamente con números, pero también puede trabajar con variables literales (letras), fracciones exactas, números ultra largos, números romanos, operar con números complejos, resolver ecuaciones muy difíciles, operar con vectores y matrices, hallar solución de sistemas de ecuaciones, etc. También sabe operar con unidades de tiempo y fechas. Sabe realizar funciones complejas con variables literales y otras numéricas de análisis matemático como diferenciar e integrar en forma tanto literal como definida y evaluada. Mate puede concatenar cálculos tanto numéricos como literales en forma mixta como ser: hacer una integral, luego evaluarla entre un par de extremos literales (expresiones) y asignar a las variables luego un valor numérico.

MATE es fácil de usar, pues a pesar de lo complejidad, es inteligente y siempre entrega al final de cada resultado un consejo de uso variado, enseñando algo más.

MATE suministra resultados en la forma más exacta, si puede y también aproximada (con notación científica con hasta 14 decimales y +/-300 posiciones decimales)

La notación de la misma es simple, asume el punto decimal “.” como tal, y usa la coma para separar argumentos, posee notación científica. Ej: -234.5687 12.431485E54 5.22E-3

Rango Numérico

El rango de números mas grandes y chicos que puede usar son de hasta +/-300 posiciones decimales (*una barbaridad*), que es muchísimo más que la cantidad estimada de partículas elementales del universo y su precisión para funciones científicas se encuentra entre los 14 y 18 decimales exactos, suficiente para la mayoría de los cálculos económicos, científicos y de ingeniería.

MATE también posee la capacidad de operar en forma exacta con números extra largos ampliando su precisión a un total de >140 posiciones decimales totales, puesto que esta es una limitación del mensaje de texto, mate podría usar fácilmente un número inimaginable de decimales (tipo un par de miles de dígitos). Esto es muy útil para cálculos astronómicos y en criptografía..

MATE calcula muchas cosas en forma exacta, pudiendo incluso realizar cálculos con fracciones en forma precisa, sin error de redondeo, simplificando la fracción a algo mas razonable y entendible, suministrando siempre que es posible, ambos resultados, el fraccional exacto (*en forma de fracción propia*) y el decimal con 19 dígitos exactos después de la coma decimal y +/-300 dígitos decimales de mantisa.

MATE puede simplificar expresiones algebraicas, igual como en el colegio, entregando una expresión lo más simple posible, con todos los paréntesis para entender su orden de armado.

MATE es inteligente y se dará cuenta de lo que Ud. solicita, y en caso de error, le explicará donde ha ocurrido, que cosa puso mal y eventualmente como corregirlo.

Veamos algunos ejemplos, enviando un SMS al 55588 con el siguiente mensaje:

MATE 158+5/83 → 158,06024096385542

MATE x+2*x+3 → (3*(1+x))

MATE sen(0.23)+ln(6.4)+2^2 → 6,0842755139008151

MATE posee los operadores básicos: Suma (+) Resta (-) División (/) Multiplicación (*)

Además de estos: Potencia (^) Ej: 2^3 e→ 2*2*2 = 8

Módulo (%) (resto) Ej: 13 % 5 → 3 (es el resto de dividir 15 por 5)

Algunos otros operadores son especiales y operan con elementos en forma binaria. (unos y ceros) (&) AND (|) OR (^) EXOR (operación de bits)

MATE puede calcular muchas funciones desde comunes hasta “especiales”, este es el listado parcial:

<i>FUNCION</i>	<i>Descripción</i>	<i>Argumento(s)</i>	<i>Notas</i>
TRIGNONMETRICAS			
SIN (X) SEN (X)	Seno	X: Radianes	Argumento en radianes
COS (X)	Coseno	X: Radianes	Argumento en radianes
TAN (X)	Tangente	X: Radianes	Argumento en radianes
SEC (X)	Secante	X: Radianes	Argumento en radianes
CSC (X)	Cosecante	X: Radianes	Argumento en radianes
CTG (X)	Cotangente	X: Radianes	Argumento en radianes
TRIGNONMETRICAS INVERSAS			
ASIN (X) ASEN (X)	Arco Seno	Real [0..1]	Devuelve Radianes
ACOS (X)	Arco Coseno	Real [0..1]	Devuelve Radianes
ATAN (X)	Arco Tangente	Real	Devuelve Radianes
ASEC (X)	Arco Secante	Real [0..1]	Devuelve Radianes
ACSC (X)	Arco Cosecante	Real [0..1]	Devuelve Radianes
ACTG (X)	Arco Cotangente	Real	Devuelve Radianes

HIPERBOLICAS			
SENH (X) SINH (X)	Seno Hiperbólico	X: Real	
COSH (X)	Coseno Hiperbólico	X: Real	
TANH (X)	Tangente Hiperbólica	X: Real	
COTH (X)	Cotangente Hiperbólica	X: Real	
CSCH (X)	Cosecante Hiperbólica	X: Real	
SECH (X)	Secante Hiperbólica	X: Real	
HIPERBOLICAS INVERSAS			
ASENH (X) ASINH (X)	Arco Seno Hiperbólico	X: Real	
ACOSH (X)	Arco Coseno Hiperbólico	X: Real	
ATANH (X)	Arco Tangente Hiperbólica	X: Real	
ACOTH (X)	Arco Cotang. Hiperbólica	X: Real	
ACSCH (X)	Arco Cosecante Hiperbólica	X: Real	
ACOTH (X)	Arco Cotang. Hiperbólica	X: Real	
LOGARITMOS, EXPONENCIALES, RAICES Y POTENCIAS			
PI ()	Número PI	Ninguno	3.141592...
E ()	Número E	Ninguno	2.718281...
LN (X)	Log Natural	Real ≥ 1	
EXP (X)	Exponencial (E levado a X)	X: Real	Usa base E
LOG (X)	Logaritmo Base N	X: Real ≥ 1 N: base	LOG(5,2) es log. de 5 en base 2
SQRT (X) RAIZ (X)	Raiz Cuadrada	X: Real ≥ 0	
SQR (X)	Elevar al Cuadrado	X: Real	Similar a $\wedge 2$
FAC (X) FACTORIAL (X) ! ()	Factorial de un número	X: Entero	X < 170
SIGMOID (X) SIG (X)	Calcula la función Sigmoidea	X: Real	Resultado rango entre [+1,-1]
GAMMA (X) GAM (X)	Función Gamma	X: Real	X < 170

PROBABILIDAD , ESTADISTICA y DISTRIBUCIONES			
PROM(a, b, c. .) PROMEDIO(a, b, c. .) MEDIA(a, b, c. .)	Suma del Total de Variables dividido por el número de ellas	a,b,c.. Real	
NORMAL (X) NOR (X)	Función Normal Acumulada a izquierda	X: Real	Devuelve la probabilidad a izquierda bajo una curva normal centrada en 0, con sigma 1
INORMAL (X) INOR (X)	Inversa de Normal	X: Real [0..1]	Devuelve la posición de X para que la probabilidad acumulada izquierda sea N
ERF (X)	Funcion Error (Estadística)	X: Real	
ERFC (X)	Función Error Complementaria	X: Real	
BINOMIAL (n, m) BIN (n, m)	Coficiente de una serie Binomial	n,m: enteros	
CHOOSE (p, q) COMB (p, q)	Combinaciones de p tomadas de a q	p,q: enteros	

PBIN(k, n, p)	Distribución Binomial, con K, N y probabilidad P	k,n: enteros p: Real [0..1]	Probabilidad (área debajo de la curva de distribución)
FISHER(k, n, r, m) FIS(k, n, r, m)	Calcula la Fisher = Chi cuadrada de 2x2		Probabilidad (área debajo de la curva de distribución)
Hypgeom(K, n, r, m) HYG(K, n, r, m)	Distribución Hipergeométrica		Probabilidad (área debajo de la curva de distribución)
CHI2(n, m) C2(n, m)	Distribución Chi cuadrada		Probabilidad (área debajo de la curva de distribución)
Poisson(k, n) POI(k, n)	Distribución de Poisson a izquierda		Probabilidad de $n < k$ Suma de los primeros k términos
PoissonC(k, n) POC(k, n)	Distribución de Poisson a derecha		Probabilidad de $n \geq k$ Suma de los términos desde K hasta Infinito

FUNCIONES ARITMETICAS AVANZADAS

DIAG(X, Y)	Diagonal de un Triángulo Recto, dados ambos Catetos	X,Y: Reales	
MCM(a, b) LCM(a, b)	Mínimo Común Múltiplo	a,b Enteros	
MCD(a, b) GCD(a, b)	Máximo Común Divisor	a,b Enteros	

FUNCIONES para TELECOMUNICACIONES

ErlangB(N, A) ERB(N, A)	Fórmula B de Erlang, N: número de circuitos, A: tráfico total ofrecido (en Erlangs)	N: entero A: flotante	probabilidad de bloqueo en teletráfico
ErlangC(N, A) ERC(N, A)	Fórmula C de Erlang, N: número de circuitos, A: tráfico total ofrecido	N: entero A: flotante	probabilidad de bloqueo en teletráfico
Engset(N, A, S) ENG(N, A, S)	Fórmula de Engset, N: número de circuitos, A: tráfico total ofrecido por todas las fuentes, S: número total de fuentes.	N: entero S: entero A: flotante	probabilidad de bloqueo en teletráfico

FUNCIONES ANALÍTICAS (Literales)

DERIVAR(f(x), x)	Derivar la f(x) respecto a x		El nombre de las variables puede ser cualquiera, devuelve la derivada literal.
DIFF(f(x), x, n)	Derivar la f(x) respecto a x, 'n' veces.	n: entero > 0	El nombre de las variables puede ser cualquiera, devuelve la derivada literal de la expresión 'n' veces.
INT(f(x), x)	Integral Indefinida	x: nombre de la variable	
INT(f(x), x, a, b)	Integral Definida entre extremos a y b		a y b pueden ser expresiones literales o números.
JET(f(x), x, b, a, n)	Expansión por Taylor de funciones,	f(x) : función x: variable a: nombre de variable en la expansión. n: número de términos.	
MAP()	Mapero de Variables a Funciones		

Derivación (Literal) de Funciones

MATE puede derivar funciones tal como en los libros y tablas.

Veamos un ejemplo: Derivar la función: $f(x) = x^2 + 2x + 5$, respecto a la variable x , "1" sola vez (derivada simple)

$$\text{MATE derivar}(x^2+2*x+5, x, 1) \rightarrow (2*(1+x))$$

Integración (Literal) de Funciones

Integrar, pero es de gran ayuda, inclusive pudiendo evaluar la integral entre límites desde números hasta otras variables. Igualmente, como ya se sabe, no todas las expresiones siempre son resolubles en forma de funciones algebraicas elementales,

Ejemplo: Para Integrar la función: $f(x) = 3x + x^2$ respecto a la variable "x"

$$\text{MATE int}(3*x+x^2, x) \rightarrow (((9*\text{sqr}(x))+(2*(x^3)))/6)$$

Si ahora queremos evaluar esta integral entre los límites A y B debemos poner así:

$$\text{MATE int}(3*x+x^2, x, A, B) \rightarrow (((9*(\text{sqr}(B)+\text{sqr}(A)))+(2*((B^3)+(A^3))))/6)$$

Recordar que A y B pueden ser desde números, expresiones literales hasta fórmulas.

NOTA: puesto que muchas integrales no pueden ser expresables en base a funciones elementales y el sistema no evalúa en forma aproximada las mismas. El resultado puede quedar expresado como suma de términos resueltos e integrales irreducible. Ej:

$$\text{MATE } 1+x+\text{sen}(x)/x \rightarrow ((x+(\text{sqr}(x)/2))+\text{int}((\text{sin}(x)/x), x, 1))$$

Expansión de funciones en términos (Expansión por Taylor)

Esta función es muy útil a la hora de calcular expansiones algebraicas de funciones en forma polinomial.

Ej.:

$$\text{jet}(\text{sin}(a), a, 0, x, 5) \rightarrow (x+(((6*(x^5))+!(5)*(x^3)))/(6*!(5))))$$

$$\text{jet}(\text{sin}(a), a, 0, x, n) \rightarrow \text{sum}(((x^k)*\text{diff}(\text{sin}(a), a, k))/!(k)), k, 0, n)$$

Por ejemplo: $\text{jet}(\exp(a), a, 0, x, 5) \rightarrow 1+x+x^2/2+x^3/6+x^4/24+x^5/5!$ es equivalente a los 5 primeros términos de una exponencial clásica desarrollada por Taylor. Notar que a, es la variable de la función y x es la variable usada para la expansión final, n=5 es el número de términos solicitados.

Importante: el sistema pone y usa !(5) indicando Factorial de 5, pues la manera de expresar el factorial es como función antepuesta y no con la clásica exclamación al final, como solemos usar en matemáticas. Esto es para evitar confundir operadores con funciones, también se puede poner el factorial así: *factorial(n)*.

Sumatorias (Solución Literal y Numérica)

$$\text{MATE sum}((x+y)^2, x, 0, 2) \rightarrow (((y^2)+((1+y)^2))+((2+y)^2))$$

Mapeo de Variables a Expresiones

$$\text{MATE map}(a*\ln(a), a, [0, 1, x, \exp(x)]) \rightarrow [0, 0, (x*\ln(x)), (\exp(x)*\ln(\exp(x)))]$$

Y esto, es solo el comienzo... pronto sabrá resolver cada vez más cosas.

Andrés Hohendahl